مجلة البحوث المالية والتجارية
المجلد (25) – العدد الأول – يناير 2024

تسعير تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر في مصر بالتطبيق على شركة جي اي جي مصر

Pricing of micro personal accident insurance in Egypt by application to GIG Egypt

د. أمانى محمد عجوة
أستاذ مساعد بقسم العلوم الكمية
كلية التجارة – جامعة السويس

د. منى البشير الشربينى
مدرس بقسم الاحصاء التطبيقى والتأمين
كلية التجارة – جامعة المنصورة

تاريخ الإرسال	2023-08-28
تاريخ القبول	2023-10-22

رابط المجلة: https://jsst.journals.ekb.eg/

ملخص البحث

يعد التأمين متناهى الصـــغر من الأمور الهامة التى تحظى باهتمام الدولة حيث يعتبر أحد أهم أدوات تحقيق الشمول المالي وذلك لتشجيع المشروعات الصغيرة , ونظرا لاختلاف طبيعة التأمين المتناهى الصغر عن بقية أنواع التأمين الأخري مما أدي إلي اختلاف طرق التسعير المستخدمة ،وتم التوصل إلي أنه من أهم مشكلات تسعير التأمين متناهى الصغر هو عدم وجود بيانات عن توزيع عدد الحوادث للوثيقة الواحدة فى العام الواحد، وكذلك وجود حد أقصـــى لمبلغ التأمين فى وثيقة التأمين المتناهى الصغر،,ويمكن استخدام التوزيعات المتضخمة الأصفار لحل مشكلة عدم وجود توزيع لعدد الحوادث، واســـتخدام توزيعا من التوزيعات ذات الذيل الخفيف مثل التوزيع الأســى المتضــخم الأصــفار أو التوزيع الأســى المتضــخم الأصــفار والمبتور من اليمين ليمثل المطالبات الاجمالية. يهدف هذا البحث إلى تقديم منهجية لحســاب الســعر الصــافى فى تأمين الحوادث الشخصية متناهية الصغر باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار أو التوزيع الأسى المتضــخم الأصــفار والمبتور من اليمين. وتم اســتخدام طريقة الامكان الأعظم لتقدير المعلمات المجهولـة فى التوزيعين، وتم اســـتخدام اختبار كولومجروف ســـمرنوف لاختبار جودة توفيق التوزيعات المختارة للبيانات محل الدراســة، وقد أوضــحت اختبار جودة التوفيق صــلاحية التوزيع الأســى المتضــخم الأصــفار والتوزيع الأســى المتضــخم الأصــفار والمبتور من اليمين لتمثيل قيم المطالبات الاجمالية. وقد أوضــح اســتخدام معيارى BIC & AIC للمفاضــلة بين التوزيعين أن التوزيع الأسى المتضخم الأصفار أفضل قليلا من التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من اليمين، وتم حساب متوسط وتباين التوزيعين. ولوحظ أن السعر الصافى المحسوب باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار أعلى من السعر الصافى المحسوب باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من اليمين.

الكلمات المفتاحية : التأمين المتناهى الصـــغر- التوزيعات الاحتمالية المتضـــخمة الأصـــفار- التوزيع الأسى المتضخم الأصفارو المبتور من اليمين.

Abstract

Micro-insurance is one of the important matters that receive the attention of the country, as it is considered one of the most important tools for achieving financial inclusion in order to encourage small projects. Pricing of micro-insurance is one of the important matters of concern to our country, in order to encourage small projects. The nature of micro-insurance differs from the rest of the other types of insurance. The most important problem of micro-insurance is the lack of data on the distribution of the number of accidents per policy per year, as well as the existence of a maximum limit for the sum assured in the micro-insurance policy.

Zero inflated distribution can be used to solve the problem of the absence of a distribution for the number of accidents. A distribution with a light tail such as the zero inflated exponential distribution or the zero inflated exponential distribution right truncated can be used to represent the total amount of claims.

This research aims to present a methodology for calculating the pure rate in micro personal accident insurance using the zero inflated exponential distribution or the zero inflated right truncated exponential distribution. The maximum likelihood method was used to estimate the unknown parameters in the two distributions, and the Kolmogorov-Smirnov test was used to test the goodness of the fit of the selected distributions for the data under study.

The goodness of fit test demonstrated the validity of the zero inflated exponential distribution and the zero inflated right truncated exponential distribution to represent the amounts of the total claims. The use of AIC & BIC criteria to compare between the two distributions showed that the zero inflated exponential distribution is slightly better than the zero inflated right truncated exponential distribution. The mean and the variance of the two distributions were calculated. It was noted that the pure rate calculated using the zero inflated exponential distribution is higher than the pure rate calculated using the zero inflated right truncated exponential distribution.

Keywords

Micro insurance- Zero-inflated probability distributions – Zero-inflated right truncated exponential distribution

1. مقدمة:

تعاني الكثير من البلدان النامية في السنوات الاخيرة من عدم الاستقرار السياسي والاقتصادي نتيجة التغيرات العالمية والتي تزيد وطئتها علي اقتصادها بدرجة اشد منها علي البلدان المتقدمة ,وكذلك علي المستوي المحلي يكون تأثير تلك التغيرات أقوي علي الطبقة الفقيرة والمتوسطة وأصحاب المشروعات الصغيرة بدرجة أقوي من الطبقات الغنية مما يستدعي ضرورة دعم تلك المشروعات وأصحابها لتمكينهم من تخطي تلك الازمات والارتقاء بجودة حياتهم .

ويعد التأمين متناهي الصغر أحد أهم أدوات تحقيق الشمول المالي في كافة البلدان الناشئة إقتصاديا ومنها مصر حيث يستهدف فئات مجتمعية جديدة كانت لا تسعي للحصول علي الخدمات التأمينية بسبب ارتفاع تكلفة التأمين بالنسبة لدخولهم وكذلك لعدم الوعي الكافي بأهمية تلك الخدمات التأمينية ولذلك نجد أنه من الضروري توفير المنتجات التأمينية التي تتسم بالبساطة في السعر والميزة التأمينية المناسبة وشروط الوثيقة قد تلبي إحتياجات الكثير من تلك الفئات المجتمعية التي لن تقدم علي شراء المنتجات التأمينية التقليدية بالرغم من ارتفاع معدل تعرضهم للمخاطرخاصة الوفاة والمرض والبطالة .

حيث نجد أنه من أهم أهداف التنمية المستدامة هي القضاء التام علي الفقر والجوع بالاضافة إلي أنه من أهم أهداف النسخة الجديدة لرؤية مصر 2030 هي الارتقاء بجودة حياة المواطن المصري وتحسين مستوي معيشته وذلك من خلال مبادرة "حياة كريمة" لتحسين مستوى المعيشة وتوفير فرص عمل بالمشروعات الصغيرة والمتوسطة فى المناطق الأكثر احتياجًا.

نظرا لتوجه الحكومة في مصر إلى الشمول الاقتصادي كان من الضروري دعم وتشجيع المشروعات الصغيرة والمتناهية الصغر من أجل دعمها وضمان استمرارها وذلك بهدف الرفع من مستوي معيشة الطبقة الفقيرة في مصر، وقد بلغت عدد الشركات المرخصة المانحة للتمويل المتناهي الصغر في مصر حتي عام 2022 م إلي 18 شركة , حيث صدر قانون لتظيم نشاط التمويل الاصغر وتحديد شروط منح تراخيص مزاولة النشاط وكذلك نص القانون علي إنشاء اتحاد يضم الجهات العاملة في نشاط التمويل متناهي الصغر يسمي الاتحاد المصري للتأمين متناهي الصغر يختص بمتابعة النشاط وتقديم التوصيات لتنميته وزيادة الوعي به (قرار رئيس الجمهورية رقم 141، 2014).

ونظرا لاختلاف طبيعة التأمين متناهى الصغر عن التأمينات الأخرى التى تزاولها شركات التأمين من حيث وجود حد أقصى لمبلغ التأمين، وكذلك انخفاض مبالغ التأمين الخاصة به، وعدم توافر توزيع عدد المطالبات لكل وثيقة، لذلك يجب استخدام نموذج تسعير يساهم فى حل هذه المشكلات.

أهمية البحث:

تقوم مؤسسات التمويل الاصغر بممارسة نشاط التأمين متناهي الصغر ،ولكن نظرا لدقة نشاط التأمين واختلافة عن النشاط المصرفي مما يستوجب توافر كوادر فنية لادارة نشاط التأمين متناهي الصغر كان من الضروري اسناد نشاط التأمين المتناهي الصغر الي شركات التأمين لضمان نجاحه وتطوره وتقديم الخدمة باقصي كفاءة ممكنه للوصول إلي الهدف المنشود منها في دعم اصحاب المشروعات الصغيرة وضمان استمراريتهم .

ولقد أصبح من الضروري الاهتمام بتنويع تلك المنتجات لتغطي كافة احتياجات تلك الطبقة والامر الاكثر أهمية هو أن يتم تسعير تلك المنتجات بدقة عالية لتوفير سعر تستطيع تحمله تلك الطبقة الفقيرة وفي نفس الوقت يضمن استمرار شركات التأمين في تقديم خدماتها التأمينية لتلك الشريحة من المجتمع. وعندما يتم استخدام نموذج تسعير يتوافق مع طبيعة التأمين متناهى الصغر فإن هذا يؤدى إلى دقة القسط المحسوب، وهذا يساعد شركة التأمين على حساب المخصصات بشكل دقيق.

مشكلة البحث

يحاول هذا البحث حل مشكلة عدم وجود توزيع لعدد الحوادث فى التأمين المتناهى الصغر، كذلك وجود حد أقصى لمبالغ التأمين فى التأمين متناهى الصغر. يهتم هذا البحث بتسعير تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر، وختى يمكن حساب سعر التأمين فى تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر يجب استخدام توزيع منفصل يمثل عدد مرات حدوث الحادث، وتوزيع متصل يمثل حجم المطالبة. تتوافر لدينا المطالبات الاجمالية لكل وثيقة فى العام واجمالى عدد الوثائق خلال مدة أربع سنوات. بذلك يتوافر لدينا عدد المطالبات غير الصفرية، وعدد المطالبات الصفرية التى تمثل عدم وقوع الحادث، بذلك يمكن استخدام التوزيعات الاحتمالية المتضخمة الأصفار لحل مشكلة عدم وجود توزيع لعدد الحوادث فى العام، ويمكن استخدام التوزيعات المتضخمة الأصفار والمبتورة من اليمين لحل مشكلة وجود حد أقصى للتأمين المتناهى الصغر.

ونظرا لأن التأمين المتناهى الصــغر يتميز بمبالغه المنخفضــة وبالتالى قيم المطالبات ســتكون منخفضــة أيضــا، لذلك يمكن اســتخدام توزيعا من التوزيعات ذات الذيل الخفيف مثل التوزيع الأســى، فمن أهم خصــائص التوزيع الأســى هو الهبوط ســريعا لذلك يمكن ألا يتأثر بوجود حد أقصى لمبلغ التأمين، وهذا ما ستوضحه اختبارات جودة التوفيق ومعايير الاختيار بين التوزيعات الاحتمالية المقبولة.

هدف البحث

يهدف هذا البحث إلى تقديم منهجية لتسعير تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار أو التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من اليمين وفقا لما تسفر عنه اختبارات جودة التوفيق، ويتم ذلك من خلال القيام بالخطوات التالية:

1. توفيق البيانات محل الدراسة باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار، وكذلك توفيق البيانات باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من ناحية اليمين.
2. تقدير معلمات كل من التوزيعين باستخدام طريقة الامكان الأعظم.
3. اختبار جودة التوفيق باستخدام اختبار كولومجروف سمرنوف.
4. الاختيار بين التوزيعين إذا أثبت اختبار جودة التوفيق صــلاحيتهم للبيانات باســتخدام معيارى BIC & AIC .
5. حساب السعر الصافى باستخدام التوزيع الاحتمالى الذى تم اختياره.

الدراسات السابقة:

الدراسات السابقة في التأمين الاصغر

أولا: دراسة (Osifodunrin& José Dias Lopes, 2022)

قامت الدراســة بعمل اســتقصــاء لعينة مكونة من 60 مفردة من شــركات التأمين لتحديد فاعلية تأثير عوامل المؤثرة علي كفاءة الاجراءات التنظيمية للتأمين الاصــغر في شــركات التأمين النيجيرية وقد تم تمثيلها في اتني عشر عنصر، وتوصلت الدراسة إلي أن العوامل الاكثر تأثيرا وهي: الفساد الاداري – عدم الوضوح في تفويض المهام – الثقافة الوطنية – التكنولوجيا – – الابتكار التنظيمي والمرونة – الموارد

ثانيا دراسة: (Groh & McKenzie, 2016) دراسة تم عملها علي سوق التأمين المصري للتعرف علي تأثير الثورة علي الاقتصاد الكلي في مصر والتركيز علي قطاع التأمين وخاصة تأمين المشروعات متناهية الصغر حيث تعتبر هذه الفئة الاكثر تأثرا بعدم الاستقرار السياسي والاقتصادي وتوصلت الدراسة إلي أن 37% من اصحاب المشروعات الصغيرة قاموا بشراء منتجات تأمين علي مشروعاتهم وإن كان الطلب قد انخفض في فترة ما بعد الثورة نتيجة للتقلبات السياسية والاقتصادية ، ونظرا لحداثة هذه المنتجات أصبح من الضروري تناولها بالبحث والدراسة لتقديم منتجات مناسبة وكذلك السعر المناسب.

ثالثا: دراسة (Eling & Biener 2011): يهدف هذا البحث إلي قياس كفاءة أداء برامج التأمين الأصغر باستخدام نموذج البيانات الظرفية أو المغلفة DEA حيث أوضحت الدراسة أن جميع الدراسات السابقة كانت تقيس الكفاءة بطريقة التقليدية باستخدام النسب والمؤشرات المالية والتي بها بعض جوانب القصور التي تغلب عليها اسلوب DEA وقامت الدراسة بتحليل الكفاءة في 20 شركة تأمين تمارس نشاط التأمين الأصغر في افريقيا وأسيا وأمريكا اللاتينية من عام 2004 إلي 2008 وتوصلت النتائج إلي وجود أمكانية كبيرة لرفع كفاءة أداء برامج التأمين الاصغر وأن هناك تفاوت في درجة الكفاءة بين البرامج المختلفة وان هذا الاسلوب مكنا من تحديد افضل البرامج , وأوضحت الدراسة أنه من الممكن رفع الكفاءة من خلال التطبيقات التكنولوجية وزيادة حجم الاعمال حيث أوضحت أن الشركات الكبيرة في حجم الاعمال أكثر كفاءة كذلك برامج التأمين الجماعية أكثر كفاءة، وأوضحت الدراسة وجود قصور النتائج نتيجة قلة البيانات المتوفرة وبالتالي اقترحت ضرورة إعادة قياس الكفاءة في ظل بيانات أكثر.

رابعا: دراسة (Bernards 2022) تهدف الدراسة إلي التعرف علي سوق التأمين متناهي الصغر كأداة دعم للطبقات الفقيرة من خلال المحافظة علي استمرار الاستفادة من التمويل متناهي الصغير وذلك من خلال تتبع النشاط في الاسواق المختلفة والتعرف علي اهم اسباب تأخر نمو مثل هذا النشاط وتوصلت الدراسة إلي ضرورة إعادة هندسة العمليات بالاضافة إلي سياسات التسويق والتوزيع وسياسات الترويج الاستباقية والتسعير الدقيق والجيد للمنتجات لتشجيع شركات التأمين التجارة علي الاستمرار والنمو في تقديم تلك المنتجات ومن أهم المعوقات هي ضعف قاعدة البيانات المتاحة لضمان نجاح الدراسات المتعلقة بهذا النشاط.

خامسا: دراسة (Johari *et al* 2022): تناولت الدراسة أثر التقلبات المناخية علي الانتاج الزراعي لصغار المزارعين في ماليزيا لتحليل وادارة تلك المخاطر لمساعدة تلك الطبقة الفقيرة

علي مواجهة الخسائر المالية المترتبة عليها والتخفيف من وطئتها عليهم وذلك من خلال اقتراح وثيقة تأمين متناهية الصغر علي المحاصيل الزراعية المرتبط بمؤشر الطقس وحساب قسط التأمين الصافي المناسب , والهدف الرئيسي للدراسة هو مدي ملائمة المؤشرات المستخدمة للمحاصيل المختارة في المناطق المحددة للدراسة وتوصلت الدراسة إلي أن عدد معين من المحاصيل تتأثر بمؤشر الطقس وبالتالي فليس من المناسب تطبيق التأمين اعلي أساس مؤشر الطقس على هذه المحاصيل. ويشمل البحث ايضا بالدراسة مدي قدرة المزارعين علي تحمل تكلفة التأمين ، حيث توصلت الدراسة إلي أنه سيكون من المناسب لصغار المزارعين دفع اقساط البسيطة لتلك الوثيقة ليس فقط من أجل المساعدة علي مواجهة الخسائر في المحصول المحققة ولكن أيضا في زيادة الانتاجية .

سادسا: دراسة (نصر، 1999): يهدف البحث إلي تقديم دراسة علمية لتخطيط تأمين الائتمان لضمان المشروعات الصغيرة الممولة عن طريق الصندوق الاجتماعي للتنمية خلال مرحلة التحولات الاقتصادية في مصر ، وذلك لضمان استمرارية سداد القروض الممنوحة لأصحاب تلك المشروعات لدي الصندوق في مواعيدها وبالتالي التمكن من اقراضها مرة أخري بما يحقق الهدف المنشود من الصندوق .

توصل الباحث إلي استحداث وثيقة لتأمين الائتمان وفقا للتخطيط المقترح يتم اعتمادها من الهيئة المصرية للاشراف و الرقابة علي التأمين تهدف إلي تعويض الصندوق في حالات العجز عن السداد الارصدة المتبقية من القروض ليتمكن من اقراضها مرة اخري، وكذلك ضرورة انشاء ادارة خاصة بادارة وتحليل الاخطار التي يتعرض لها المشروعات وتحليل مسببات هذه الاخطار بالاسلوب الكمي المقترح – الانحدار المتعدد والانحدار التدريجي – وإعداد البيانات اللازمة لتطبيق الطريقة المقترحة.

الدراسات السابقة للتوزيعات المتضخمة الأصفار والمبتورة

اهتمت بعض الدراسات بالبيانات التى تحتوى على أصفار حيث استخدم (Nanjundan et al., 2018) توزيع جاما المتضخم الأصفار Zero-inflated gamma ا فى نظرية صفوف الانتظار عندما لا يوجد زمن انتظار للحصول على الخدمة. قدم (Hazra et al., 2018) التوزيع الأسى متضخم الأصفار Zero-inflated Exponential distribution واستخدمه فى تحليل الأمطار الأسبوعية فى الهند حيث كانات البيانات تحتوى على أصفار زائدة. واستخدم (Huang et al., 2019) التوزيع الأسى متضخم الأصفار فى نمذجة حوادث تصادم

السفن لحساب معدلات الاصابة الجسدية بعد أن أجرى تعديلا على مدى التوزيع ليصبح من الصفر للواحد الصحيح. واستخدم (Rivas et al., 2021) توزيع وارينج متضخم الأصفار Zero-inflated Waring distribution ، فى نمذجة البيانات التى فشل توزيع وارينج Waring distribution فى نمذجتها. واهتم (de Freitas Costa et al., 2021) باستخدام توزيع ويبل المتضخم الأصفار فى الدراسات البيئية. وقدم (عجوة، 2019) دراسة عن استخدام توزيع بواسون ذى الأصفار المتضخمة وتوزيع هاردل بواسون فى نمذجة تكرار المطالبات فى تأمين السيارات. واستخدم (بدوى، 2022) التوزيعات المتضخمة الأصفار فى نمذجة قيم المطالبات التى تحتوى على مطالبات صفرية فى التأمين على جرارات القطارات. كما اهتم (عجوة، 2023) باستخدام التوزيعات المتصلة المتضخمة الأصفار فى تسعير تأمين السيارات عندما لا يكون لدينا توزيعا منفصلا لعدد الحوادث.

وقد أوضح (سالم، 2015) أنه من الأفضل استخدام التوزيعات المبتورة فى نمذجة قيم المطالبات حيث لا توجد قيمة لانهائية للمطالبات. وقدم (Salem et al., 2023) تطبيق التوزيعات المبتورة على اختبارات الحياة بالتطبيق على البيانات الهندسية.

ملاحظات على الدراسات السابقة

- لم تقدم أى دراسة من الدراسات السابقة طريقة لتسعير التأمين المتناهى الصغر
- لم تتطرق أى دراسة من الدراسات التى استخدمت التوزيعات المتضخمة الأصفار دمج لها مع التوزيعات المبتورة لينتج توزيع متضخم الأصفار ومبتور فى نفس الوقت

يهتم هذا البحث بتقديم التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من ناحية اليمين، ودراسة امكانية استخدامه فى تسعير وثيقة تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر.

حدود الدراسة:

الحدود المكانية: تتناول هذه الدراسة بالبحث وثائق تأمين الحوادث الشخصية لاصحاب المشروعات الصغيرة في مصر بالتطبيق علي شركة جي اي جي مصر

الحدود الزمنية: تتناول هذه الدراسة بالبحث وثائق تأمين الحوادث الشخصية لاصحاب المشروعات الصغيرة لمدة ثلاث سنوات في الفترة من 2019 م إلي 2022م

هيكل البحث:

- **التأمين ودوره في تحقيق أهداف التنمية المستدامة**
- **التأمين الاصغر منتجات وممارسات في مصر (نظرة عامة عن سوق التأمين الاصغر في مصر)**
- **التسعير الجيد وأهميته لاستمرار نشاط التمويل الاصغر.**
- **تسعير وثيقة الحوادث الشخصية لاصحاب المشروعات الصغيرة.**

2. التأمين ودوره في تحقيق أهداف التنمية المستدامة

وضعت مبادرة التأمين المستدام PSI خارطة طريق عالمية لدور صناعة التأمين في التنمية المستدامة ، حيث يهدف التأمين المستدام إلي الحد من المخاطر من خلال تطوير حلول مبتكرة وتحسين الاداء داخل المؤسسات والمساهمة في الاستدامة البيئية والاقتصادية والاجتماعية ، تتفق مبادئ التأمين المستدام مع الكثير من أهداف التنمية المستدامة السبعة عشر وكذا أهداف اتفاقية باريس بشأن تغير المناخ للوصول إلي تعزيز الاستدامة البيئية والاقتصادية والاجتماعية (نشرة التأمين المتناهى الصغر، الاتحاد المصرى للتأمين).

<u>الإستدامة الإقتصادية:</u> تعتبر صناعة التأمين أحد محركات النمو وكذلك أحد أهم وسائل تحقيق التنمية المستدامة وذلك من خلال توفير الحماية التأمينية لمشروعات التنمية الاقتصادية مثل مشروعات البنية التحتية وغيرها من المشروعات التنموية وكذلك تحقيق الشمول المالي من خلال توفير التغطيات التأمينية لأصحاب المشروعات المتوسطة والصغيرة ومتناهية الصغر من أجل إدماج كافة قطاعات الإقتصاد غير المنظم إلي الإقتصاد المنظم.

<u>الإستدامة الإجتماعية :</u> يسعي قطاع التأمين إلي تحقيق أهداف القضاء علي الفقر والجوع من خلال توفير التغطيات التأمينية ضد الأخطار التي تواجه المشروعات الصناعية الصغيرة وتوفير الحماية التأمينية للنشاط الزراعي وأنشطة تربية الماشية والدواجن والمزارع السمكية وغيرها من الصناعات المرتبطة بتوفير الأمن الغذائي وذلك من أجل الارتقاء بجودة حياة تلك الفئة من المجتمع.

<u>الإستدامة البيئية:</u> يلعب قطاع التأمين دور مهم في تغطية الأضرار الناتجة عن التغيرات المناخية الحادثة بسبب انبعاث الغازات الاحتباس الحراري حيث يزداد أثر المخاطر المرتبطة بالمناخ على موارد المياه وما له من الاثار السلبية علي القطاع الزراعي والحيواني.

3. التأمين متناهي الصغر نشأته ومماراساته في مصر

نشاة التأمين متناهي الصغر في مصر

يرى العديد من خبراء التنمية أن التداعيات والأزمات الاقتصادية والسياسية العالمية الحالية تجعل هذه الفترة هي الوقت المثالي ليعمل التأمين متناهي الصغر جنباً إلى جنب مع الإقراض متناهي الصغر الأكثر انتشاراً، وأن يلعب دوراً أكبر في التخفيف من حدة المشكلة ويقول ديرك رينهارد (نائب رئيس مؤسسة ميونخ ري، الكيان التعليمي غير الربحي في مجال إدارة المخاطر والتابع لشركة ميونخ لإعاة التأمين الألمانية.) يعتمد الأفراد على القروض متناهية الصغر لإخراج أنفسهم من دائرة الفقر ويساعدهم التأمين متناهي الصغر على عدم السقوط في تلك الدائرة مرة أخرى (شحاتة، 2012)

نشاط التمويل متناهي الصغر في مصر:

هناك نمو وتوسع ملحوظ في منح القروض الصغيرة والمتوسطة والمتناهية الصغر في مصر ويتضح ذلك من خلال الارقام المبينة في تقرير الأداء الشهري للأنشطة المالية غير المصرفية في ابريل 2022 م كما هو موضح في الجدول التالي (تقرير الأداء الشهرى، ابريل 2022)

جدول (3–1): متوسط الأداء الشهرى للتمويل المتناهى الصغر

بيان	2022	2021
ارصدة التمويل متناهي الصغر	31.170.1 مليون	21.610.3 مليون
عدد المستفيدين	3688 ألف	3256.3 ألف

وفي اطار اجراءت الدولة لمواجهة تداعيات واثار فيرس كورونا وحرصا من الهيئة العامة للرقابة المالية علي استقرار سوق التمويل متناهي الصغر وانطلاقا من دورها في حماية المتعاملين في نشاط التمويل متناهي الصغر من عملاء وجهات تمويل علي حد سواء تم اصدار حزمة من التدابير الاحترازية لحماية الصناعة وهي (الهيئة العامة للرقابة المالية، 2020):

1– تيسيرات للعملاء المنتظمين في السداد مثل تخفيض تكلفة التمويل – سداد أقساط التأمين – تقديم خدمات مالية مجانية – تخفيض المصروفات الادارية.

2- تسهيلات للمتضررين من الاوضاع الاستثنائية بترحيل الاقساط المستحقة والتخفيف من أعباءها بأليات معينة.

نشاط التأمين متناهي الصغر في مصر:

يمكن تعريف التأمين متناهي الصغر بأنه كل خدمة تأمينية تستهدف ذوى الدخول المنخفضة فى مجالات تأمين الممتلكات والأشخاص لحمايتهم من أخطار قد يتعرضون لها مقابل سداد أقساط تتناسب مع طبيعة الخطر المؤمن عليه، وذلك في الفروع المنصوص عليها بالقرار وعلى ألا تزيد قيمة وثيقة التأمين عن مائتي ألف جنيه مصري.

وينعكس النمو الملحوظ في نشاط التمويل متناهي الصغر في مصر بالضرورة علي نمو نشاط التأمين علي تلك المشروعات وقد ذكر محمد كمال، مدير إدارة التأمين متناهى الصغر بالجمعية المصرية للتأمين التعاونى لديها الآن 250 ألف وثيقة تأمين متناهى الصغر تم إصدارها عن طريق العديد من شركات التمويل والجمعيات والبنوك حتي ابريل 2022م ونستهدف مضاعفتها للوصول إلى 750 ألف عميل خلال 3 سنوات،وأشار إلى أن «جمعية التأمين التعاونى» تقترب من حاجز 7 ملايين جنيه أقساط التأمين متناهى الصغر وتسعى إلى رفعه إلى 20 مليونا خلال 3 سنوات، لافتا إلى أن جمعيته دوما تخطط لابتكار منتجات تأمين جديدة ومتميزة تشمل حماية محدودى الدخل.

يعتبر التأمين متناهي الصغر في المقام الأول نشاطا داعما لاصحاب المشروعات الصغيرة لاستمرار نشاطهم حيث أن الممارسة الجيدة للتمويل المتناهي الصغر كان له أكبر الاثر في الارتقاء بالطبقات الفقيرة ومثلت أكثر التجارب نجاحا اليابات وكوريا الجنوبية وكان من أهم اسباب نجاحه والوصول الفعال والكفئ االهدف المنشود منه في تلك الدول هو كفاءة التنظيم ودعم الحكومة ووجود دور فعال ومباشر لشركات التأمين في اليابان مثلا في صورة التأمين ضد خطر الافلاس وبشكل غير مباشر في كوريا الجنوبية في صورة إنشاء الصندوق الكوري لضمان القروض متناهية الصغر (أمين، 2017).

وبهذا يتضح الدور الفعال لشركات التأمين وهو الدور الاكثر تأثيرا وخاصة أن سوق التأمين متناهى الصغر لايزال بكرا ومن المتوقع أن يشهد معدلات نمو كبيرة فى ظل رغبة شركات التمويل التوسع فى هذا النشاط وتوقع زيادة عدد المستفيدين من التأمين متناهى الصغر بالسوق بالتزامن مع قانون السداد غير النقدى واتجاه الهيئة العامة للرقابة المالية لتأسيس شركات

متخصصة فى التأمين متناهى الصغر ضمن مشروع قانون التأمين الجديد ، خاصة بعد رفع الحد الاقصي لتمويل المشروع الواحد إلي 220000 ألف جنيه (الهيئة العامة للرقابة المالية، 2023)

وقد أولت الهيئة العامة للرقابة المالية قدرا كبير من الاهتمام بتنظيم التأمين متناهي الصغر حيث صدر قرار رئيس الهيئة رقم 902 لعام 2016م بتعريف التأمين متناهي الصغر ووضع الضوابط التنفيذية لاصدار وتوزيع شركات التأمين لوثائقه بشرط أن لا تتعدي 100 الف جنية للعميل الواحد ثم تم تعديلة بعد ذلك ليصل الحد الأقصي للوثيقة 200 ألف جنية عام 2022 م، وتم تعديل هذا الحد الأقصى ليصل إلى 220000 جنيه عام 2023 (الهيئة العامة للرقابة المالية، 2023) ثم صدر قرار مجلس ادارة الهيئة بتعديل قرار الهيئة رقم 122 لسنة 2015م بشأن تنظيم اصدار وتوزيع شركات التأمين لبعض وثائق التأمين النمطية الكترونيا من خلال شبكة نظم معلومات الشركات والتي كان من ضمنها وثائق التأمين متناهي الصغر.

يمثل نشاط التأمين متناهي الصغر تحديا بالنسبة لشركات التأمين وذلك لعدة أسباب نذكر من أهمها :

- اختلاف طبيعة المنتج المقدم لعملاء التأمين متناهي الصغر وذلك لاختلاف الاخطار المعرض لها تلك الفئة.
- اختلاف قطاع العملاء المستهدف حيث إن تلك الفئة ليس لديها القدرة المادية لشراء منتجات التأمين التقليدية.
- اختلاف طريقة تقديم الخدمة من حيث قنوات التوزيع والاكتتاب والتسعير.
- ومن أهم التحديات ندرة البيانات المتاحة ويرجع ذلك لقلة عدد مقدمي الخدمة علي مستوي العالم مما يحد من توافر بيانات الخبرة السابقة المتاحة للتسعير.

لمحة عن سوق التأمين متناهي الصغر في مصر:

قام الاتحاد المصري للتأمين بعقد ندوة افتراضية بالتعاون مع شبكة التأمين متناهي الصغر تضمنت استعراض لبيانات تقرير Microinsurance Landscape 2020 المنظور العالمي للتأمين متناهي الصغر 2020 مع التركيز على سوق التأمين متناهي الصغر في جمهورية مصر العربية وأهم التحديات والفرص للنمو بهذا السوق الحيوي، كما تم مناقشة العوائق والحلول الممكنة لدفع وتطوير سوق التأمين متناهي الصغر وتحقيق الشمول التأميني ، ويأتي هذا التعاون بين الاتحاد المصري للتأمين وشبكة التأمين متناهي الصغر ضمن خطة عمل

الاتحاد المصري للتأمين لعام 2021 والتي تعتبر أحد الشراكات التي تخدم استراتيجية الاتحاد في الوصول الى الفئات التي لا تصل اليها الخدمات التأمينية والتي تتماشي مع اهداف شبكة التأمين متناهي الصغر الخاصة بتحقيق الشمول التأميني.

وقد قامت شبكة التأمين متناهي الصغر منذ نشأتها بتقديم سلسلة تقارير دولية حول التأمين متناهي الصغر تحت اسم (Microinsurance Landscape) حيث تقوم بتتبع اتجاهات وتطور منتجات وخدمات التأمين متناهي الصغر في الأسواق المختلفة ومدي تحقيق هذه الأسواق للشمول التأميني ، ويوضح الجدول التالي حجم سوق التأمين في مصر:

جدول (3-2) : حجم سوق التأمين المتناهى الصغر في مصر

بيان	عدد الافراد اللذين تم تغطيتهم بتأمين متناهي الصغر	اقساط التأمين متناهي الصغر بالدولار الامريكي
تأمين حياة متناهي الصغر	1,170,050	6,410,332
تأمين ممتلكات متناهي الصغر	2,102,966	3,880,368

وفقا لشبكة التأمين متناهي الصغر 2020م فإن 3.3 % من سكان مصر تم تغطيتهم بمنتجات التأمين متناهي الصغر وصل معدل التعويضات بسوق التأمين متناهي الصغر 62 % (79% لمنتجات الحياة – 30% لمنتجات الممتلكات) وهو معدل مرتفع عن متوسط المنطقة وهو 28% والمتوسط العالمي وهو 23 % ، وصل معدل رفض المطالبة إلي 0.1% وهو أقل من متوسط المنطقة 1.7% والمتوسط العالمي 3.1% علاوة على ذلك فإن متوسط رفض التعويضات في مصر لمنتجات الحياة والممتلكات 0% أما عن الوقت المستغرق في تسوية المطالبة هو 10 أيام وهو مرتفع عن متوسط المنطقة 4 أيام والمتوسط العالمي 7 أيام ، معظم وثائق التأمين متناهي الصغر بنسبة تصل إلي 80% من الوثائق تشمل تغطيتها أخطار متعددة تصل الي 5 تغطيات داخل المنتج الواحد (النشرة الأسبوعية للاتحاد المصرى للتأمين، 2021).

أنواع التغطيات التأمينية متناهية الصغر :

<u>التأمين الاجباري علي أصحاب المشروعات متناهية الصغر:</u>

أصدرت الهيئة العامة للرقابة المالية القرار رقم (173) لسنة 2014 والخاص بقواعد وضوابط ممارسة الشركات لنشاط التمويل متناهي الصغر ليصبح هناك إلزاماً على جهات التمويل متناهي الصغر سواء كانت شركة أو مؤسسة أهلية لتوفير تغطية تأمينية للعملاء الحاصلين على تمويل متناهي الصغر ضد مخاطر الوفاة والعجز الكلي المستديم من خلال عقد تأمين جماعي

مع إحدى شـركات التأمين وعلى أن يكون مبلغ التأمين مسـاوياً لرصـيد القرض المسـتحق على العميل، وقد تم تقدير الحد الأقصى لقسط التأمين بواقع 30 قرش شهريا لكل ألف جنيه من مبلغ التأمين ويعاد النظر فيه كل عام من خلال دراسـة إكتواريه تعدها الهيئة بناء علي بيانات العملاء الواردة من جهات التمويل متناهى الصغر وبقرار من رئيس الهيئة.

وقد صدر قرار مجلس ادارة الهيئة رقم (15) لسنة 2019 بإصدار نموذج عقد التأمين متناهى الصـغر النمطى الجماعى لتغطية الحاصـلين على تمويل متناهى الصـغر وقد أجاز لجهة التمويل متناهى الصغر سواء كانت (شركة – مؤسسة – جمعية) ان تشترط وجود تغطية تأمينية على المشروع او الأصل الممول .

ولتوسيع مظلة التأمين متناهى الصغر على عملاء نشاط التمويل متناهى الصغر وبشكل جماعى ،وأيضـا لتحقيق كفاءة أعلى لمعدلات التمويل وزيادة قدرة مؤسـسـات التمويل على تدوير المحافظ المالية بصـــورة أكبر،والتغلب على مشـــكلة غياب الكوادر وقلة الخبرة التأمينية بجهات التمويل متناهى الصـــغر ولجوء بعض الجهات للتأمين الذاتي او توجيه العملاء لمنتجات تأمينية غيرمناسبة ، وهوما تطلب ضرورة إلزام جهات التمويل متناهى الصغر بتوفير تغطية تأمينية لكل عميل بما لا يقل عن الرصـيد المسـتحق من القرض ، وذلك بالتعاقد مع إحدى شـركات التأمين وفقا لنموذج عقد تـأمين جمـاعى – لتغطيـة حـالات الوفـاة وحـالات العجز الكلى المســـتديم – وتتضـمن بنود العقد قبول شـركة التأمين منح التغطية بدون كشـف طبى مع إلزام جهة التمويل متناهى الصغر بإدراج كافة الحاصلين على تمويل منها بلا استثناء في القائمة الشهرية المرسلة لشركة التأمين.

<u>التغطيات التأمينية الاختيارية:</u>

1- وثيقة الحوادث الشخصية وتغطي اخطار الوفاة والعجز الكلي والجزئي
2- وثيقة المشروعات متناهية الصغر تغطي السطو والسرقة والحريق والاخطار الطبيعية

<u>تغطيات وثائق التأمين متناهية الصغر:</u>

- التأمين ضد مخاطر الحوادث المتنوعة لمالك المشروع والعاملين لديه، ضد مخاطر الوفاة بمبلغ التعويض للمستفيدين المستحقين شرعًا (ورَثة المتوفى).
- توفير تغطية العجز الكلى المستديم في حالات فقْد البصر بالعينين نهائيًّا، وفقْد الذراعين أو اليدين، وفقْد السـاقين أو القدمين، وفقْد ذراع وسـاق، وفقْد ذراع وقدم، وكذلك فقْد يد وساق، وفقْد يد وقدم.

- توفر الوثيقة حالات العجز الجزئي المستديم بما يساوي نسبة من مبلغ التأمين طبقًا لنسبة العجز المقررة من الجهات الطبية الحكومية.
- التأمين على أصول وممتلكات المشروعات الصغيرة ضد مخاطر الحريق.
- التأمين ضد المخاطر الطبيعية مثل الزلازل والعواصف والفيضانات والسيول.
- التغطية التأمينية لصاحب المشروع ضد مخاطر الائتمان وعدم السداد والتعثر لصالح جهة التمويل .

التغطيات التأمنية متناهية الصغر التي توفرها شركة جي اي جي مصر:

تعتبر شركة جي اي جي من الشركات الرائدة في نشاط تأمين المتناهي الصغر حيث تخطت حاجز المليون ونصف وثيقة حتي عام 2022 وحققت ذلك خلال مدة اربع سنوات منذ بداية دخولها في هذا النشاط، وقد أرجع تلك الزيادة فى عدد عملاء متناهى الصغر لزيادة الوعى لدى العملاء والذى أدى بدوره لزيادة الطلب على الوثائق المطروحة من الشركة خاصة من فئات متوسطى ومحدودى الدخل فضلا عن مناسبة الأقساط التأمينية لتلك الوثائق لكافة الشرائح المجتمعية حيث يبدأ قسط الوثيقة من 50 جنيها سنويا، وقد استطاعت الشركة تطوير منظومة الإصدار لوثائق التأمين متناهى الصغر بالكامل حيث يتم إصدار الوثائق وإمضائها إلكترونياً وإرسالها للعميل برسالة نصية على الهاتف المحمول، فيما يجرى حاليا دراسة ميكنة التعويضات خلال العام الحالي بما يتيح للعميل سرعة الحصول على التعويض الخاص به إلكترونياً.وتصدر الشركة عدة وثائق تتضمن العديد من التغطيات منها (مقابلة شخصية مع الاستاذ مكين لطفى، رئيس قطاع تطوير الأعمال والمنتجات بشركة جى آى جى للتأمين – مصر بتاريخ 3/ يناير / 2023م)

1- وثيقة الحوادث الشخصية متناهية الصغر والتي تشمل الوفاة الناتجة عن حادث والعجز الكلي أو الجزئي المستديم ومصروفات العلاج الطبي الناتج عن حادث.
2- وثيقة تأمين المشروعات متناهية الصغر ضد مخاطر السطو والسرقة والحريق والاخطار الطبيعية.
3- كما تمت موافقة الهيئة العامة للرقابة المالية مؤخرا للشركة على وثيقة التأمين متناهى الصغر للأجهزة الإلكترونية وبدء التعامل مع متاجر المحمول والأجهزة الإلكترونية للتأمين على الأجهزة الجديدة المباعة، وتؤمن هذه الوثيقة كافة الأجهزة الإلكترونية ضد مخاطر الكسر والأعطال الناتجة عن الغرق والحريق.

4. تسعير تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر فى مصر

يمكن تسعير وثائق تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر عن طريق استخدام التوزيعات الاحتمالية المختلفة، ونظرا لأن مبالغ التأمين وكذلك قيم المطالبات تتسم بأن قيمها منخفضة، لذلك يجب أن يتم استخدام توزيع احتمالى ذى ذيل خفيف مثل التوزيع الأسى. وفى الجزء التالى يتم عرض التوزيع الأسى، والتوزيع الأسى المتضخم الأصفار، والتوزيع الأسى المتضخم اللأصفار والمبتور من ناحية اليمين.

(4-1) التوزيع الأسى Exponential distribution

التوزيع الأسى هو من أهم التوزيعات ذات الالتواء الموجب وهذا التوزيع له معلمة واحدة فقط. وهذه المعلمة تتحكم فى تشتت التوزيع. ويمكن عرض دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمى على التوالى كالتالى (MacClave, 2009) :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x > 0 \qquad (4.1.1)$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \qquad x > 0 \qquad (4.1.2)$$

ويكون متوسط وتباين التوزيع:

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} \qquad (4.1.3)$$

$$Var(x) = \frac{1}{\lambda^2} \qquad (4.1.4)$$

يمكن استخدام طريقة الامكان الأعظم لتقدير معلمة هذا التوزيع (MacClave, 2009):

$$L = \prod_{i=1}^{n_c} \lambda\, e^{-\lambda x_i}$$

$$L = \lambda^{n_c} * e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n_c} x_i}$$

$$\ln(L) = n_c \ln(\lambda) - \lambda \sum_{i=1}^{n_c} x_i \qquad (4.1.5)$$

حيث n_c هو عدد المطالبات الفعلية. وباجراء التفاضل الجزئى الأول بالنسبة للمعلمة λ نحل على الآتى:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda} = \frac{n_c}{\lambda} - \sum_{i=1}^{n_c} x_i$$

بمساواة هذا التفاضل بالصفر

$$0 = \frac{n_c}{\lambda} - \sum_{i=1}^{n_c} x_i$$

وبحل هذه المعادلة نحصل على قيمة المعلمة كالتالى:

$$\hat{\lambda} = \frac{n_c}{\sum_{i=1}^{n_c} x_i} \qquad (4.1.6)$$

(4-2) التوزيع الأسى المتضخم الأصفار Zero-inflated Exponential distribution

ويمكن عرض دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمى للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار كالتالى (Hazra, et al., (2018)) :

$$f(x) = \begin{cases} (1-p) & x = 0 \\ p\lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \end{cases} \qquad (4.2.1)$$

$$F(x) = (1-p) + p\left(1 - e^{-\lambda x}\right) \qquad x \geq 0 \quad (4.2.2)$$

ويكون متوسط وتباين التوزيع الأسى المتضخم الأصفار (عجوة، 2023) كالتالى:

$$E(x) = \frac{p}{\lambda} \qquad (4.2.3)$$

$$Var(x) = \frac{p}{\lambda^2}(2-p) \qquad (4.2.4)$$

ويمكن إيجاد تقدير الامكان الأعظم للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار من المبادئ الأولية كالتالى:

$$L = \prod_{i=1}^{m}(1-p) \prod_{i=m+1}^{n} p\lambda e^{-\lambda x_i}$$

$$L = (1-p)^m p^{n-m} \lambda^{n-m} e^{-\lambda \sum_{i=m+1}^{n} x_i}$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين للأساس الطبيعى e

$$\ln(L) = mln(1-p) + (n-m)\ln(p) + (n-m)\ln(\lambda) - \lambda \sum_{i=m+1}^{n} x_i \qquad (4.2.5)$$

باجراء التفاضل الجزئى الأول بالنسبة للمعلمة p

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial p} = \frac{-m}{(1-p)} + \frac{n-m}{p}$$

بمساواة هذا التفاضل بالصفر

$$0 = \frac{-m}{(1-p)} + \frac{n-m}{p}$$

بحل هذه المعادلة نحصل على قيمة المعلمة p

$$\hat{p} = 1 - \frac{m}{n} \qquad (4.2.6)$$

وباجراء التفاضل الجزئى الأول بالنسبة للمعلمة λ

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda} = \frac{n-m}{\lambda} - \sum_{i=m+1}^{n} x_i$$

وبمساواة هذا التفاضل بالصفر وحل المعادلة الناتجة نحصل على قيمة المعلمة λ

$$\hat{\lambda} = \frac{n-m}{\sum_{i=m+1}^{n} x_i} \qquad (4.2.7)$$

(4-3) التوزيعات الاحتمالية المبتورة Truncated Distributions

تعد التوزيعات المبتورة أحد الأساليب الاحصائية التى تحل العديد من المشكلات المرتبطة بمجال الهندسة والتأمين وتحليل بيانات العمر وغيرها (Ahsanullah et al. 2014). قدم (O'Connor et al. 2016) تعريفا للتوزيع المبتور بأنه التوزيع الشرطى الناتج عن تقييد مجال توزيع احتمالى آخر. ويوجد ثلاثة أنواع من التوزيعات المبتورة يمكن عرضها كالتالى:

(4-3-1) التوزيع الاحتمالى المبتور ناحية اليمين Right truncated distribution

يكون التوزيع الاحتمالى مبتورا من ناحية اليمين عندما لا يمكن مشاهدة قيم المتغير العشوائى X التى تزيد عن قيمة محددة ولتكن T_U . ويمكن عرض دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالى المبتور من ناحية اليمين كالتالى (Lawless, 2014) :

$$f_r(x) = f(x|x < T_U) = \frac{f(x)}{F(T_U)} \qquad 0 < x < T_U \qquad (4.3.1.1)$$

حيث $f_r(x)$ هى دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المبتور ناحية اليمين، T_U هو الحد الأقصى الذى تم البتر عنده.

المعادلة رقم $(4.3.1.1)$ تمثل التوزيع الشرطى للمتغير العشوائى X بمعلومية أن $0 < x < T_U$

وتكون دالة التوزيع التراكمى Cumulative distribution function للتوزيع المبتور ناحية اليمين كالتالى:

$$F_r = F_r(x|x < T_u) = \frac{F(x)}{F(T_U)} \quad 0 < x < T_u \qquad (4.3.1.2)$$

(4-3-2) التوزيع المبتور ناحية اليسار Left truncated distribution

يكون التوزيع الاحتمالى مبتور من ناحية اليسار عندما يتبع المتغير العشوائى X توزيع احتمالى معروف ، ولكن يستحيل ملاحظة قيم المتغير العشوائى التى تقل عن حد أدنى معين T_l (Wingo, 1989)، وتكون دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائى المبتور من ناحية اليسار كما يلى:

$$f_l(x) = f_l(x|x > T_l) = \frac{f(x)}{1 - F(T_l)} \qquad T_l < x < \infty \qquad (4.3.2.1)$$

حيث $f_l(x)$ هى دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المبتور من ناحية اليسار، T_l هى الحد الأدنى لنقطة البتر.

وتكون دالة التوزيع التراكمى Cumulative distribution function للتوزيع المبتور ناحية اليسار كالتالى:

$$F_l = \frac{F(x) - F(T_l)}{1 - F(T_l)} \qquad T_l < x < \infty \quad (4.3.2.2)$$

(4-3-3)التوزيع المبتور من الجانبين Doubly truncated distribution

يكون التوزيع مبتور من الجانبين عندما يمكن ملاحظة قيم المتغير العشوائى على مدى محدد فقط، وهذا يعنى أن قيم المتغير العشوائى تزيد عن حد أدنى معين T_l ، ويقل عن حد أقصى معين T_U ، ويمكن عرض دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المبتور من الجانبين كالتالى (Johnson& Johnson, 1999) :

$$f_d(x) = f_d(x|T_l < x < T_U) = \frac{f(x)}{F(T_U) - F(T_l)} \; T_l < x < T_U \quad (4.3.3.1)$$

وتكون دالة التوزيع التراكمى Cumulative distribution function للتوزيع المبتور ناحية اليسار كالتالى:

$$F_d(x) = F_d(x|T_l < x < T_U) = \frac{F(x) - F(T_l)}{F(T_U) - F(T_l)} \; T_l < x < T_U (4.3.3.2)$$

مع ملاحظة أنه فى المعادلة رقم (5) التوزيع المبتور من الجانبين، عندما $T_l = 0$ ، $T_U =$ ∞ يتحول إلى توزيع غير مبتور ويرجع إلى التوزيع الأصلى.

يهتم هذا البحث بالتوزيعات المبتورة من ناحية اليمين نظرا لوجود حد أقصى لمبلغ التأمين فى تأمين الضمان المتناهى الصغر.

(4-4) التوزيع الأسى المبتور من ناحية اليمين Right truncated exponential distribution

يمكن عرض دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الأسى المبتور من ناحية اليمين كالتالى (Dixit& Nasiri, 2008):

$$f_r(x) = \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{1 - e^{-T_U x}} \qquad 0 < x < T_U \qquad (4.4.1)$$

وبذلك تكون دالة التوزيع التراكمى للتوزيع الأسى المبتور من ناحية اليمين:

$$F_r(x) = \frac{1 - e^{-\lambda x}}{1 - e^{-T_U x}} \qquad 0 < x < T_U \qquad (4.4.2)$$

(4-5) التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من ناحية اليمين Zero inflated truncated exponential distribution

قدم (d Freitas Costa et al., 2021) الصيغة التى يمكن من خلالها إيجاد دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المتضخم الأصفار لأى توزيع متصل كالتالى:

$$f_0(x) = f(x) = \begin{cases} (1-p) & x = 0 \\ pf(x) & x > 0 \end{cases} \qquad (4.5.1)$$

باستخدام المعادلة رقم (4.3.1.1) والمعادلة رقم (4.5.1) يمكن ايجاد دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين كالتالى:

$$f_{r0}(x) = \begin{cases} (1-p) & x = 0 \\ pf_r(x) & 0 < x < T_U \end{cases} \qquad (4.5.2)$$

حيث $f_{r0}(x)$ هى دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المتصل المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين.

$f_r(x)$ هى دالة كثافة الاحتمال للتوزيع المتصل المبتور من ناحية اليمين.

باستخدام المعادلة (4.2.1) ، والمعادلة (4.5.2) يمكن إيجاد دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين كالتالى:

$$f_{r0}(x) = \begin{cases} (1-p) & x = 0 \\ p\dfrac{\lambda e^{-\lambda x}}{1-e^{-T_U x}} & 0 < x < T_U \end{cases} \qquad (4.5.3)$$

اثبات أن دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين باستخدام المبادئ الأولية:

حتى يمكن اثبات أن دالة كثافة الاحتمال دالة احتمالية يجب أن تستوفى العلاقة التالية:

$$\int_0^{T_U} f_{ro}(x)\, dx = 1$$

وبذلك يكون الجانب الأيسر كالتالى:

$$L.H.S = (1-p) + p\int_0^{T_U} f_r(x)\, dx$$

$$= (1-p) + \int_0^{T_U} \frac{p\lambda e^{-\lambda x}}{1-e^{-\lambda T_U}} \quad dx$$

$$= (1-p) + \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}} \int_0^{T_U} e^{-\lambda x} \quad dx$$

$$= (1-p) + \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}} \left(\frac{1-e^{-\lambda T_U}}{\lambda}\right)$$

$$= (1-p) + p = 1$$

وبذلك يتساوى الطرف الأيسر مع الطرف الأيمن، وهذا يعنى أن دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين هى دالة احتمالية.

ويمكن ايجاد دالة التوزيع التراكمى للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين باستخدام المبادئ الأولية:

$$F_{r0} = (1-p) + p\left(\frac{1-e^{-\lambda x}}{1-e^{-\lambda T_U}}\right) \qquad 0 < x < T_U \qquad (4.5.4)$$

متوسط التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين

$$E(x) = 0 * (1-p) + \int_0^{T_U} x * \frac{p\lambda e^{-\lambda x}}{1-e^{-\lambda T_U}} \quad dx$$

$$E(x) = \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}} \int_0^{T_u} x e^{-\lambda x}\, dx$$

باستخدام أسلوب التكامل بالتجزئ يمكن ايجاد قيمة التكامل.

$$E(x) = \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}}\left\{\left[\frac{1-e^{-\lambda T_U}}{\lambda}\right] + \left[\frac{1-e^{-\lambda T_U}}{\lambda^2}\right]\right\}$$

وباجراء عمليات التبسيط على ناتج التكامل نحصل على:

$$E(x) = p + \frac{p}{\lambda}$$

وبذلك يكون متوسط التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين كالتالى:

$$E(x) = p\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \qquad (4.5.5)$$

ايجاد العزم الثانى حول الصفر للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين

$$E(x^2) = \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}} \int_0^{T_u} x^2 e^{-\lambda x} \quad dx$$

باستخدام التكامل بالتجزئ مرتين،

$$E(x^2) = \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}}\left\{\left[-x^2 e^{-\lambda x}\right]_0^{T_U} + \left[\int_0^{T_U} 2x \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} \quad dx\right]\right\}$$

$$E(x^2) = \frac{p\lambda}{1-e^{-\lambda T_U}}\left\{\frac{-T_U^2 e^{-\lambda T_U}}{\lambda} - \frac{2e^{-\lambda T_U}}{\lambda^2} + \frac{2\left(1-e^{-\lambda T_U}\right)}{\lambda^3}\right\}$$

وبتبسيط المقدار نحصل على التالى:

$$E(x^2) = \frac{-pT_U^2 e^{-\lambda T_U}}{1 - e^{-\lambda T_U}} - \frac{2pe^{-\lambda T_U}}{\lambda(1 - e^{-\lambda T_U})} - \frac{2p}{\lambda^2}$$

$$E(x^2) = \frac{-\lambda pT_U^2 e^{-\lambda T_U} - 2pe^{-\lambda T_U}}{\lambda(1 - e^{-\lambda T_U})} + \frac{2p}{\lambda^2}$$

$$E(x^2) = \frac{-pe^{-\lambda T_U}(\lambda T_U^2 + 2)}{\lambda(1 - e^{-\lambda T_U})} + \frac{2p}{\lambda^2} \qquad (4.5.6)$$

تباين التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين

يمكن باستخدام المعادلة (4.5.5) والمعادلة (4.5.6) ايجاد تباين التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين باستخدام المبادئ الأولية.

$$Var(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$Var(x) = \frac{-pe^{-\lambda T_U}(\lambda T_U^2 + 2)}{\lambda(1 - e^{-\lambda T_U})} + \frac{2p}{\lambda^2} - \left(p + \frac{p}{\lambda}\right)^2$$

$$Var(x) = \frac{-pe^{-\lambda T_U}(\lambda T_U^2 + 2)}{\lambda(1 - e^{-\lambda T_U})} + \frac{2p}{\lambda^2} - \left(p^2 + \frac{2p^2}{\lambda} + \frac{p^2}{\lambda^2}\right)$$

$$Var(x) = \frac{-pe^{-\lambda T_U}(\lambda T_U^2 + 2)}{\lambda(1 - e^{-\lambda T_U})} + \frac{2p - p^2(\lambda + 1)^2}{\lambda^2} \qquad (4.5.7)$$

تقدير معلمات التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين

يمكن تقدير معلمات التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين باستخدام طريقة الامكان الأعظم. وسنرمز لعدد الأصفار بالرمز m وعدد المشاهدات غير الصفرية بالرمز $(n - m)$ لتكون حجم العينة الكلية n .

$$L = \prod_{i=1}^{m}(1 - p) \prod_{i=m+1}^{n} \frac{p\lambda e^{-\lambda x_i}}{1 - e^{-\lambda T_U}}$$

$$L = (1 - p)^m p^{n-m} \lambda^{n-m} e^{-\lambda \sum_{i=m+1}^{n} x_i} \frac{1}{(1 - e^{-\lambda T_U})^{n-m}} \qquad (4.5.8)$$

ولتبسيط المعادلة (4.5.8) يتم أخذ لوغاريتم الطرفين للأساس الطبيعى e .

$$\ln(L) = mln(1-p) + (n-m)\ln(p) + (n-m)\ln(\lambda) - \lambda \sum_{i=m+1}^{n} x_i - (n-m)\ln\left(1-e^{-\lambda T_U}\right) \qquad (4.5.9)$$

باجراء التفاضل الأول بالنسبة للمعلمة p ومساواة هذا التفاضل بالصفر يمكن الحصول على تقدير هذه المعلمة.

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial p} = \frac{-m}{(1-p)} + \frac{(n-m)}{p}$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial p} = 0$$

$$0 = \frac{-m}{(1-p)} + \frac{(n-m)}{p}$$

$$\hat{p} = 1 - \frac{m}{n} \qquad (4.5.10)$$

تمثل $\hat{p}$ نسبة المشاهدات غير الصفرية.

وباجراء التفاضل الجزئى لدالة الامكان الأعظم بالنسبة للمعلمة λ يكون ناتج التفاضل كالتالى:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda} = \frac{n-m}{\lambda} - \sum_{i=m+1}^{n} x_i - \frac{(m-n)T_U e^{-\lambda T_U}}{1-e^{-\lambda T_U}}$$

وبمساواة هذا التفاضل الجزئى بالصفر نحصل على المعادلة التالية:

$$0 = \frac{n-m}{\lambda} - \sum_{i=m+1}^{n} x_i - \frac{(m-n)T_U e^{-\lambda T_U}}{1-e^{-\lambda T_U}} \qquad (4.5.12)$$

يمكن حل هذه المعادلة بفرض معلومية الحد الأقصى للتوزيع باستخدام برنامج MathCad يمكن ايجاد قيمة المعلمة λ .

(4-6) الاختيار بين التوزيعات المختلفة

للاختيار بين التوزيعات التى أثبتت اختبارات جودة التوفيق ملائمتها للتعامل مع البيانات يتم استخدام معيار (AIC) (Akaike's Information Criterion) ومعيار (Schwarz

((Bayesian Information Criterion (BIC ، ويتم حساب المعيارين باستخدام الصيغ التالية (Maydeu-Olivares et al., 2010):

$$AIC = -2\ln(L) + 2K \quad (4.6.1)$$

$$BIC = -2\ln(L) + K.\ln(n) \quad (4.6.2)$$

حيث:

$\ln(L)$: لوغاريتم دالة الامكان الأعظم بعد التعويض عن المعلمات المجهولة و قيم البيانات الأخرى.

K : عدد المعلمات المقدرة

$\ln(n)$: لوغاريتم عدد المشاهدات

التوزيع الذى يكون له أقل قيمة لمعيار AIC أو معيار BIC يكون هو الأفضل فى تمثيل البيانات.

(4-7) حساب سعر التأمين الصافى لتأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر

يمكن حساب متوسط المطالبات الاجمالية للوثيقة الواحدة باستخدام المعادلة التالية (سالم، 2015):

$$E_T(x) = E(x) + w\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4.7.1)$$

حيث:

$E_T(x)$: متوسط المطالبات الاجمالية للوثيقة

$E(x)$: متوسط قيمة المطالبة للوثيقة الواحدة

n : عدد الوثائق فى المحفظة

w : الدرجة المعيارية المستخرجة من جدول χ^2 عند مستوى المعنوية المحدد بدرجة حرية واحدة.

ويكون اجمالى قيم المطالبات المتوقعة للمحفظة ككل كالتالى:

$$E_{TP}(x) = E_T(x) * n \quad (4.7.2)$$

حيث $E_{TP}(x)$: هو قيم المطالبات الاجمالية المتوقعة للمحفظة.

وبأخذ معدل الفائدة i ، ومعدل الخصم f فى الاعتبار ، يمكن حساب سعر التأمين (سالم، 2015) كالتالى :

$$Rate = \frac{E_{TP}(x)(1+f)^{0.5}}{\sum_{i=1}^{n} A_i(1+i)^{0.5}} \qquad (4.7.3)$$

مع ملاحظة أن مدة الاستثمار نصف سنة فى المتوسط.

حيث $\sum_{i=1}^{n} A_i$ هو مجموع مبالغ التأمين فى المحفظة.

5. الدراسة التطبيقية

تم الاعتماد على بيانات تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر فى شركة GIG مصر لحساب السعر الصافى لهذا النوع من التأمين. والجدول التالى يوضح الخصائص الأساسية للبيانات.

جدول (5−1) الخصائص الاحصائية للبيانات محل الدراسة

المقياس الاحصائى	القيمة
عدد الوثائق	537490
عدد الوثائق التى لم تتقدم بمطالبات (المطالبات الصفرية)	537404
عدد الوثائق التى تقدمت بمطالبات	86
أقل قيمة للمطالبات	0
أعلى قيمة للمطالبات	50000
نسبة المطالبات الصفرية	0.999839997
نسبة المطالبات غير الصفرية	0.000160003
مجموع المطالبات غير الصفرية	379032

متوسط قيمة المطالبة الواحدة بالمحفظة	0.7053
تباين قيم المطالبات الصفرية وغير الصفرية	6097
الانحراف المعيارى لقيم المطالبات الصفرية وغير الصفرية	78
مجموع مبالغ التأمين بالمحفظة	1075720000

وكما يتضح من جدول (5−1) أن عدد الوثائق الموجودة فى المحفظة تساوى 537490 وثيقة، ويمثل عدد الوثائق التى لم تتقدم بمطالبة 537404 وثيقة لتصل نسبة هذه الوثائق إلى أكثر من 99% ، فى حين أن عدد الوثائق التى تقدمت بمطالبات 86 وثيقة لتصل نسبتها إلى أقل من 1%، يصل مجموع المطالبات غير الصفرية إلى 379032 جنيه ، ويصل متوسط قيمة المطالبة الواحدة إلى أقا من جنيه واحد، وبيلغ تباين المطالبات 6097 فى حين أن الانحراف المعيارى 78 جنيه. وتصل مجموع مبالغ التأمين بالمحفظة إلى 1075720000 جنيه.

(5−1) توفيق بيانات المطالبات غير الصفرية باستخدام التوزيع الأسى

يمكن باستخدام المعادلة (4.1.6) ، والبيانات الموجودة فى جدول (5−1) حساب تقدير الامكان الأعظم لمعلمة التوزيع الأسى كالتالى:

$$\hat{\lambda} = \frac{86}{379032} = 0.00023 \qquad (5.1.1)$$

يمكن حساب احتمالات التوزيع التراكمى للتوزيع الأسى باستخدام المعادلة (4.1.2) ، والمعادلة (5.1.1) كما هو موضح فى الجدول التالى

جدول (5−2) توفيق بيانات المطالبات غير الصفرية باستخدام التوزيع الأسى

قيمة المطالبة	عدد المطالبات	الاحتمال	الاحتمال التراكمى	الاحتمال التراكمى باستخدام التوزيع الأسى	احصاء الاختبار
339.25	1	0.011628	0.011628	0.075061	0.063433
360	1	0.011628	0.023256	0.079465	0.056209

0.057197	0.092081	0.034884	0.011628	1	420
0.073884	0.120395	0.046512	0.011628	1	557.75
0.06473	0.12287	0.05814	0.011628	1	570
0.063331	0.133099	0.069767	0.011628	1	621
0.054937	0.136333	0.081395	0.011628	1	637.25
0.044312	0.137335	0.093023	0.011628	1	642.3
0.03421	0.138862	0.104651	0.011628	1	650
0.032429	0.148708	0.116279	0.011628	1	700
0.028597	0.156504	0.127907	0.011628	1	740
0.017987	0.157522	0.139535	0.011628	1	745.25
0.007279	0.158442	0.151163	0.011628	1	750
0.002223	0.160568	0.162791	0.011628	1	761
0.010863	0.163555	0.174419	0.011628	1	776.5
0.018748	0.167298	0.186047	0.011628	1	796
0.021518	0.176157	0.197674	0.011628	1	842.5
0.027575	0.181728	0.209302	0.011628	1	872
0.037698	0.183232	0.22093	0.011628	1	880
0.044326	0.188232	0.232558	0.011628	1	906.7
0.043761	0.200425	0.244186	0.011628	1	972.5
0.108487	0.205466	0.313953	0.069767	6	1000
0.105988	0.219593	0.325581	0.011628	1	1078
0.109758	0.227451	0.337209	0.011628	1	1122
0.093473	0.255364	0.348837	0.011628	1	1282
0.102238	0.258227	0.360465	0.011628	1	1298.75
0.095168	0.276925	0.372093	0.011628	1	1409.75
0.099392	0.284329	0.383721	0.011628	1	1454.5
0.088422	0.306927	0.395349	0.011628	1	1594
0.067028	0.339949	0.406977	0.011628	1	1806.25
0.070097	0.348508	0.418605	0.011628	1	1863

0.076538	0.353694	0.430233	0.011628	1	1897.75
0.077881	0.36398	0.44186	0.011628	1	1967.5
0.305702	0.368716	0.674419	0.232558	20	2000
0.148243	0.537803	0.686047	0.011628	1	3355.5
0.159074	0.5386	0.697674	0.011628	1	3363
0.15639	0.552912	0.709302	0.011628	1	3500
0.076157	0.644774	0.72093	0.011628	1	4500
0.107334	0.683363	0.790698	0.069767	6	5000
0.002213	0.800112	0.802326	0.011628	1	7000
0.030491	0.899741	0.930233	0.127907	11	10000
0.00849	0.968254	0.976744	0.046512	4	15000
0.01062	0.998992	0.988372	0.011628	1	30000
1.01E-05	0.99999	1	0.011628	1	50000
				86	

وكما يتضـــح من جدول (5-2) أن أعلى فرق مطلق بين الاحتمال التراكمى التجريبى والاحتمال التراكمى المحســوب باســتخدام التوزيع الأســى هو 0.305702 فى حين أن القيمة الجدولية لاختبار كولومجروف سميرنوف $\frac{1.36}{\sqrt{86}} = 0.14665$ عند مستوى معنوية 5%

ونلاحظ أن القيمة المحســوبة من البيانات أكبر من القيمة الجدولية عند مســتوى معنوية 5% وهذا يعنى رفض الفرض العدمى القائل بأن المطالبات غير الصفرية تتبع التوزيع الأسى.

فعلى الرغم من أن التوزيع الأســى من التوزيعات ذات الذيل الخفيف إلا أن التوزيع الأســى لا يلائم البيانات.

(5-2) توفيق بيانات المطالبات الاجمالية باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار

تعنى كلمة الاجمالية هنا أنه تم الأخذ فى الاعتبار المطالبات الصفرية والمطالبات غير الصفرية كما تم ملاحظته عند توفيق بيانات المطالبات غير الصــفرية للتوزيع الأســى، أظهرت نتائج الاختبار عدم تبعية المطالبات غير الصــفرية للتوزيع الأســى، وهذا يرجع إلى أن البيانات

المستخدمة ليست هى كل البيانات الموجودة لدينا، لذلك كان لزاما على الباحث استخدام البيانات بالكامل هى عبارة عن المطالبات الصفرية والمطالبات غير الصفرية من خلال السماح لوجود قيم الصفر داخل التوزيع الأسى من خلال تحويله إلى التوزيع الأسى المتضخم الأصفار.

باستخدام المعادلة رقم (4.2.6)، والمعادلة (4.2.7) يمكن الحصول على تقديرات الامكان الأعظم لمعلمات التوزيع الأسى المتضخم الأصفار كالتالى:

$$(1-\hat{p}) = 0.999839997 \quad , \quad \hat{\lambda} = 0.00023 \quad (5.2.1)$$

وباستخدام المعادلة (4.2.2) ، والمعادلة (5.2.1) يمكن حساب الاحتمالات التراكمية باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار، كما هى موضحة فى الجدول التالى:

جدول (5–3) توفيق المطالبات الاجمالية باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار

المطالبات	عدد المطالبات	الاحتمال	الاحتمال التراكمى	التراكمى للأسى المتضخم الأصفار	قيمة احصاء الاختبار
0	537404	0.99984	0.99984	0.99984	2.7E-08
339.25	1	1.86E-06	0.999842	0.999852	1.01E-05
360	1	1.86E-06	0.999844	0.999853	8.97E-06
420	1	1.86E-06	0.999846	0.999855	9.12E-06
557.75	1	1.86E-06	0.999847	0.999859	1.18E-05
570	1	1.86E-06	0.999849	0.99986	1.03E-05
621	1	1.86E-06	0.999851	0.999861	1.01E-05
637.25	1	1.86E-06	0.999853	0.999862	8.76E-06
642.3	1	1.86E-06	0.999855	0.999862	7.06E-06
650	1	1.86E-06	0.999857	0.999862	5.45E-06
700	1	1.86E-06	0.999859	0.999864	5.16E-06
740	1	1.86E-06	0.99986	0.999865	4.55E-06
745.25	1	1.86E-06	0.999862	0.999865	2.85E-06
750	1	1.86E-06	0.999864	0.999865	1.14E-06
761	1	1.86E-06	0.999866	0.999866	3.83E-07
776.5	1	1.86E-06	0.999868	0.999866	1.77E-06

3.03E-06	0.999867	0.99987	1.86E-06	1	796
3.47E-06	0.999868	0.999872	1.86E-06	1	842.5
4.44E-06	0.999869	0.999873	1.86E-06	1	872
6.06E-06	0.999869	0.999875	1.86E-06	1	880
7.12E-06	0.99987	0.999877	1.86E-06	1	906.7
7.03E-06	0.999872	0.999879	1.86E-06	6	972.5
1.74E-05	0.999873	0.99989	1.12E-05	1	1000
1.7E-05	0.999875	0.999892	1.86E-06	1	1078
1.76E-05	0.999876	0.999894	1.86E-06	1	1122
1.5E-05	0.999881	0.999896	1.86E-06	1	1282
1.64E-05	0.999881	0.999898	1.86E-06	1	1298.75
1.53E-05	0.999884	0.9999	1.86E-06	1	1409.75
1.59E-05	0.999885	0.999901	1.86E-06	1	1454.5
1.42E-05	0.999889	0.999903	1.86E-06	1	1594
1.08E-05	0.999894	0.999905	1.86E-06	1	1806.25
1.12E-05	0.999896	0.999907	1.86E-06	1	1863
1.23E-05	0.999897	0.999909	1.86E-06	1	1897.75
1.25E-05	0.999898	0.999911	1.86E-06	20	1967.5
4.89E-05	0.999899	0.999948	3.72E-05	1	2000
2.37E-05	0.999926	0.99995	1.86E-06	1	3355.5
2.55E-05	0.999926	0.999952	1.86E-06	1	3363
2.51E-05	0.999928	0.999953	1.86E-06	1	3500
1.22E-05	0.999943	0.999955	1.86E-06	6	4500
1.72E-05	0.999949	0.999967	1.12E-05	1	5000
3.83E-07	0.999968	0.999968	1.86E-06	11	7000
4.91E-06	0.999984	0.999989	2.05E-05	4	10000
1.39E-06	0.999995	0.999996	7.44E-06	1	15000
1.67E-06	1	0.999998	1.86E-06	1	30000
3.16E-08	1	1	1.86E-06	1	50000

				537490	

وكما يتضح من جدول (5−3) التوزيع الاحتمالى للمطالبات، حيث وصل عدد المطالبات الصفرية إلى 537404 مطالبة ، وعدد المطالبات غير الصـــفرية 86 مطالبة، بذلك يتم نمذجة قيم المطالبات الاجمالية للمحفظة ككل، ويوضح الجدول أيضا التوزيع التراكمى التجريبى.

وباسـتخدام المعلمات المقدرة يمكن اختبار الفرض العدمى القائل بأن البيانات محل الدراسـة تتبع التوزيع الأسـى المتضـخم الأصـفار عند مستوى معنوية 5%، وكما يتضـح من الجدول أيضـا أن أعلى فرق مطلق يســـاوى 0.0000489 ، وهى القيمـة المحســـوبـة لاختبـار كولومجروف ســـمرنوف، وهى أقل من القيمة الجدولية $\frac{1.36}{\sqrt{537490}} = 0.0001855$ عند مســـتوى معنوية 5% وبذلك لا يمكن رفض الفرض العدمى القائل بأن البيانات محل الدراسـة تتبع التوزيع الأسـى المتضخم الأصفار.

(5−3) توفيق بيانات المطالبات الاجمالية باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين

باستخدام المعادلة (4.5.10) يمكن ايجاد قيمة المعلمة p ، وباستخدام المعادلة رقم (4.5.12) وبرنامج MathCad يمكن إيجاد قيمة المعلمة $\hat{\lambda}$ كالتالى:

$$\hat{p} = 0.000160003 \qquad \hat{\lambda} = 0.000708619 \qquad (5.3.1)$$

وباستخدام المعادلة (4.5.4) ، والمعادلة (5.3.1) يمكن ايجاد الاحتمال التراكمى للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من اليمين، كما هو موضح فى الجدول التالى:

جدول (5−4) توفيق المطالبات الاجمالية باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين

المطالبات	عدد المطالبات	الاحتمال	الاحتمال التراكمى	التراكمى للأسى المتضخم والمبتور	قيمة احصاء الاختبار
0	537404	0.99984	0.99984	0.99984	0
339.25	1	1.86E−06	0.999842	0.999874	3.23E−05
360	1	1.86E−06	0.999844	0.999876	3.23E−05

3.56E-05	0.999881	0.999846	1.86E-06	1	420
4.48E-05	0.999892	0.999847	1.86E-06	1	557.75
4.39E-05	0.999893	0.999849	1.86E-06	1	570
4.58E-05	0.999897	0.999851	1.86E-06	1	621
4.51E-05	0.999898	0.999853	1.86E-06	1	637.25
4.36E-05	0.999899	0.999855	1.86E-06	1	642.3
4.23E-05	0.999899	0.999857	1.86E-06	1	650
4.4E-05	0.999903	0.999859	1.86E-06	1	700
4.48E-05	0.999905	0.99986	1.86E-06	1	740
4.33E-05	0.999906	0.999862	1.86E-06	1	745.25
4.18E-05	0.999906	0.999864	1.86E-06	1	750
4.06E-05	0.999907	0.999866	1.86E-06	1	761
3.98E-05	0.999908	0.999868	1.86E-06	1	776.5
3.92E-05	0.999909	0.99987	1.86E-06	1	796
4.03E-05	0.999912	0.999872	1.86E-06	1	842.5
4.03E-05	0.999914	0.999873	1.86E-06	1	872
3.89E-05	0.999914	0.999875	1.86E-06	1	880
3.86E-05	0.999916	0.999877	1.86E-06	1	906.7
4.06E-05	0.99992	0.999879	1.86E-06	6	972.5
3.1E-05	0.999921	0.99989	1.12E-05	1	1000
3.34E-05	0.999925	0.999892	1.86E-06	1	1078
3.38E-05	0.999928	0.999894	1.86E-06	1	1122
3.97E-05	0.999935	0.999896	1.86E-06	1	1282
3.86E-05	0.999936	0.999898	1.86E-06	1	1298.75
4.15E-05	0.999941	0.9999	1.86E-06	1	1409.75
4.15E-05	0.999943	0.999901	1.86E-06	1	1454.5
4.5E-05	0.999948	0.999903	1.86E-06	1	1594
5.04E-05	0.999956	0.999905	1.86E-06	1	1806.25
5.03E-05	0.999957	0.999907	1.86E-06	1	1863

1897.75	1	1.86E-06	0.999909	0.999958	4.95E-05
1967.5	20	1.86E-06	0.999911	0.99996	4.96E-05
2000	1	3.72E-05	0.999948	0.999961	1.33E-05
3355.5	1	1.86E-06	0.99995	0.999985	3.54E-05
3363	1	1.86E-06	0.999952	0.999985	3.36E-05
3500	1	1.86E-06	0.999953	0.999987	3.31E-05
4500	6	1.86E-06	0.999955	0.999993	3.81E-05
5000	1	1.12E-05	0.999967	0.999995	2.89E-05
7000	11	1.86E-06	0.999968	0.999999	3.05E-05
10000	4	2.05E-05	0.999989	1	1.1E-05
15000	1	7.44E-06	0.999996	1	3.72E-06
30000	1	1.86E-06	0.999998	1	1.86E-06
50000	1	1.86E-06	1	1	2.32E-11
المجموع	537490				

ويتضح من جدول (5-5) أن أعلى فرق مطلق هو 0.0000504 ، والقيمة الجدولية لاختبار كولومجروف سمرنوف عند مستوى معنوية 5% هى 0.0001855 ، بذلك لا يمكن رفض الفرض العدمى القائل بأن البيانات محل الدراسة تتبع التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من ناحية اليمين.

(5-4) الاختيار بين التوزيعات المختلفة

ومن نتائج اختبارات جودة التوفيق السابقة يتضح أن التوزيع الأسى متضخم الأصفار ، والتوزيع الأسى متضخم الأصفار والمبتور من اليمين يلائم البيانات محل الدراسة ، لذلك يتم الاختيار بين هذين التوزيعين باستخدام معيارى BIC & AIC

(5-4-1) تطبيق معيارى BIC & AIC على التوزيع الأسى المتضخم الأصفار

باستخدام المعادلة رقم (4.6.1) & المعادلة رقم (4.6.2) ، والمعادلة رقم (4.2.5) التى تمثل لوغاريتم دالة الامكان الأعظم وقيم المعلمات المقدرة فى المعادلة رقم (5.2.1)، والبيانات الموجودة فى جدول (5-1) يمكن حساب قيم معيارى AIC، BIC للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار كما هو موضح فى جدول (5-6)

(5-4-2) تطبيق معيارى BIC & AIC على التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين

باستخدام المعادلة رقم (4.6.1) & المعادلة رقم (4.6.2) ، والمعادلة رقم (4.5.9) التى تمثل لوغاريتم دالة الامكان الأعظم، وقيم المعلمات المقدرة فى المعادلة رقم (5.3.1)، والبيانات الموجودة فى جدول (5-1) يمكن حساب قيم معيارى AIC، BIC للتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين كما هو موضح فى جدول (5-6)

جدول (5-6) نتيجة المفاضلة بين التوزيع الأسى المتضخم الأصفار، والتوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور باستخدام معيارى BIC & AIC

التوزيع	*معيار* AIC	*معيار* BIC
التوزيع الأسى المتضخم الأصفار	3294.594	3316.98
توزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من ناحية اليمين	3465.876	3499.46

ووفقا لمعيارى BIC & AIC فإن التوزيع الأسى المتضخم الأصفار هو الأفضل فى تمثيل البيانات، ونلاحظ أيضا أن الفروق بسيطة بين التوزيعين، وهذا يرجع إلى أن التوزيع الأسى له ذيل خفيف هذا يؤدى إلى هبوطه سريعا. وبذلك يتم استخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار لحساب سعر التأمين الصافى لتأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر، وكذلك استخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفاروالمبتور من اليمين لحساب سعر التأمين الصافى لتأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر.

(5-5) تسعير تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار

باستخدام المعادلات رقم (4.2.3)، (4.2.4) وبالتعويض بقيم معلمات التوزيع الأسى المتضخم الأصفار الموجودة بالمعادلة (5.2.1) يمكن حساب متوسط وتباين التوزيع الأسى المتضخم الأصفار للوثيقة الواحدة كالتالى:

$$E(x) = 0.6957 \qquad (5.5.1)$$

$$Var(x) = 6048.78 \qquad (5.5.2)$$

وبذلك يكون الانحراف المعيارى كالتالى:

$$SD = 77.78 \qquad (5.5.3)$$

وباستخدام المعادلة رقم (4.7.1) والمعادلة رقم (5.5.1) والمعادلة رقم (5.5.3) يمكن حساب متوسط المطالبات الاجمالية للوثيقة الواحدة

$$E_T(x) = 0.6957 + 3.84 * \frac{77.78}{\sqrt{537490}} = 1.1031 \qquad (5.5.4)$$

وباستخدام المعادلة (5.5.4) ، وعدد الوثائق فى محفظة تأمين الحوادث الشخصية يمكن حساب قيم المطالبات المتوقعة للمحفظة ككل.

$$E_{TP}(x) = 1.1031 * 537490 = 592905.219 \quad (5.5.5)$$

وبافتراض أن معدل التضخم 30%، معدل الفائدة 20% ، استخدام مجموع مبالغ التأمين الموضح فى جدول (5−1) ، والمعادلة رقم (4.7.3) يمكن حساب سعر التأمين كالتالى:

$$Rate = \frac{592905.219 * (1.30)^{0.5}}{1075720000 * 1.2^{0.5}} = 0.00057$$

وبذلك يكون سعر التأمين الصافى لوثيقة تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر هو *0.57* لكل 1000 جنيه.

(5−6) تسعير تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين

باستخدام المعادلات رقم (4.5.5)، (4.5.7) وبالتعويض بقيم معلمات التوزيع الأسى المتضخم الأصفار الموجودة بالمعادلة (5.3.1) يمكن حساب متوسط وتباين التوزيع الأسى المتضخم الأصفار المبتور من اليمين للوثيقة الواحدة كالتالى:

$$E(x) = 0.22596 \qquad (5.6.1)$$

$$Var(x) = 637.23 \qquad (5.6.2)$$

وبذلك يكون الانحراف المعيارى كالتالى:

$$SD = 25.24 \qquad (5.6.3)$$

وباستخدام المعادلة رقم (4.7.1) والمعادلة رقم (5.6.1) والمعادلة رقم (5.6.3) يمكن حساب متوسط المطالبات الاجمالية للوثيقة الواحدة

$$E_T(x) = 0.22596 + 3.84 * \frac{25.24}{\sqrt{537490}} = 0.358 \quad (5.6.4)$$

وباستخدام المعادلة (5.6.4) ، وعدد الوثائق فى محفظة تأمين الحوادث الشخصية يمكن حساب قيم المطالبات المتوقعة للمحفظة ككل.

$$E_{TP}(x) = 0.358 * 537490 = 192421.42 \quad (5.6.5)$$

وبافتراض أن معدل التضخم 30%، معدل الفائدة 20% ، استخدام مجموع مبالغ التأمين الموضح فى جدول (5−1) ، والمعادلة رقم (4.7.3) يمكن حساب سعر التأمين كالتالى:

$$Rate = \frac{192421.42 * (1.30)^{0.5}}{1075720000 * 1.2^{0.5}} = 0.00002$$

وبذلك يكون سعر التأمين الصافى لوثيقة تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر هو ***0.01*** لكل 1000 جنيه.

6. النتائج والتوصيات

(6−1) النتائج

من النتائج التى توصل لها هذا البحث

1. يفيد استخدام التوزيعات الاحتمالية المتضخمة الأصفار فى حل مشكلة عدم توافر بيانات الحوادث التى تحققت فى العام لكل وثيقة، خاصة فى حالة ارتفاع نسبة المطالبات الصفرية فى المحفظة ككل (أكثر من 99% من الوثائق تمثل مطالبات صفرية).
2. أثبتت اختبارات جودة التوفيق عدم موائمة التوزيع الأسى لتمثيل بيانات المطالبات غير الصفرية – نظرا لأن التوزيع الأسى لا يقبل قيمة الصفر فى المطالبات . وعند استخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار ليمثل المطالبات الصفرية وغير الصفرية، أثبتت اختبارات جودة التوفيق ملائمته للبيانات محل الدراسة.
3. عند استخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من ناحية اليمين فى توفيق البيانات محل الدراسة، أثبتت اختبارات جودة التوفيق موائمة هذا التوزيع لتمثيل البيانات محل الدراسة.

4. أوضح استخدام معيارى ***AIC*** & ***BIC*** أن التوزيع الأسى المتضخم الأصفار أفضل قليلا من التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من ناحية اليمين، وهذا يرجع إلى أن التوزيع الأسى من التوزيعات التى لها ذيل خفيف حيث يهبط سريعا، فعند حساب الاحتمال التراكمى لأعلى قيمة للمطالبات وهى 50000 حنيه كان الاحتمال التراكمى باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار ***0.99998*** ، وكان الاحتمال التراكمى باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من اليمين يساوى الواحد الصحيح، وبذلك يكون الفرق ضئيل جدا بين الاحتمال التراكمى فى الحالتين.
5. سعر تأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر المحسوب باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار أعلى من سعرتأمين الحوادث الشخصية المتناهى الصغر المحسوب باستخدام التوزيع الأسى المتضخم الأصفار والمبتور من اليمين.

(6-2) التوصيات

يوصى الباحث بالتوصيات التالية

1. ضرورة الاهتمام بالتوزيعات المتضخمة الأصفار، وكذلك التوزيعات المبتورة من جهة اليمين نظرا لوجود حد أقصى للتأمين المتناهى الصغر.
2. استمرار البحث فى تسعير التأمين المتناهى الصغر نظرا لاختلاف طبيعته عن التأمينات الأخرى.

قائمة المراجع

أولا: المراجع العربية

أمين، رجب أبوحمد (2017)،"التحليل الإحصائي لمعدلات خسائر المشروعات الصغيرة بالتطبيق على الجمعية المصرية للتامين التعاوني" , مجلة كلية التجارة للبحوث العلمية –كلية التجارة جامعة اسيوط , العدد 62 ,

الدالي أمل أحمد شحاتة (2012)، " تفعيل الطلب على تأمين المشروعات الصغيرة والمتناهية الصغر في المملكة العربية السعودية", مجلة البحوث التجارية المعاصرة, جامعة سوهاج – كلية التجارة, مجلد 26 العدد 2 .

سالم، محمود(2015)، رياضيات التأمينات العامة –النماذج الرياضية والاحصائية وتطبيقاتها، ، بدون ناشر.

قرار الهيئة العامة للرقابة المالية رقم 2143 لعام 2021 بتاريخ 2021/12/9 بتعديل القرار رقم 902 لسنة 2016 بشأن تعريف التأمين متناهي الصغرر والضوابط التنفيذية لاصدار وتوزيع وثائق الكترونية من خلال شبكة نظم المعلومات.

قرار رئيس الجمهورية رقم 141 لعام 2014 , تشريعات الهيئة العامة للرقابة المالية , لتنظيم نشاط التمويل متناهي الصغر , الجريدة الرسمية – العدد 46 في 13 نوفمبر 2014

قرار مجلس إدارة الهيئة رقم 98 لسنة 2023 ، الهيئة العامة للرقابة المالية، الوقائع المصرية، العدد 110.

النشرة الاسبوعية للاتحاد المصري للتأمين (2021) , تغطية فعاليات ورشة العمل الافتراضية للتأمين متناهي الصغر " سوق التأمين متناهي الصغر في مصر ..... المضي قبلا " , العدد الاسبوعي 174.

نصر، عبدالله صميده علي (1999) ،" تخطيط تأمين الائتمان لتمويل المشروعات الصغيرة خلال مرحلة التحولات الاقتصادية في مصر" , المجلة المصرية للدراسات التجارية كلية التجارة – جامعة المنصورة , مجلد 23 العدد 1، 581-606 .

الهيئة العامة للرقابة المالية (2022)، تقرير الأداء الشهري للأنشطة المالية غير المصرفية، أبريل .

الهيئة العامة للرقابة المالية (2020)، خطاب رئيس الهيئة رقم 4 لسنة 2020م بشأن الحزمة الثانية من التدابير الاحترازية لمواجهة مخاطر انتشار فيرس كورونا علي سلامة واستقرار نشاط التمويل متناهي الصغر .

ورشة العمل الافترضية للتأمين متناهي الصغر(2021)، سوق التأمين متناهي الصغر في مصر" نشرة الاتحاد المصري للتأمين الاسبوعية العدد 174 .

عجوة، أمانى محمد، (2019) استخدام توزيع بواسون ذى الأصفار الزائدة وتوزيع هاردل بواسون فى نمذجة تكرار المطالبات فى تأمين السيارات ، المجلة المصرية للدراسات التجارية، جامعة المنصورة، كلية التجارة، مج42، ع4، ص ص 172- 204.

عجوة، أماني محمد (2023). استخدام بعض التوزيعات الاحتمالية المتضخمة الأصفار في حساب السعر الصافي لتأمين السيارات التكميلي. المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة دمياط، 4(1)،4 ص ص520-497.

بدوى، هدى محمد (2022)، نموذج احصائى مقترح لتسعير أخطار المعدات الساحبة بهيئة السكك الحديدية المصرية، المجلة المصرية للدراسات التجارية، جامعة المنصورة، كلية التجارة، مج46، ع4، ص ص 451- 500.

ثانيا: المراجع الأجنبية

Ahsanullah, M., Kibria, B. M.G. and Shakil, M. (2014). Normal and Student's t Distributions and Their Applications, Atlantis Press.

Bernards, N. (2022). Waiting for the market? Microinsurance and development as anticipatory marketization. *Environment and Planning A: Economy and Space*, *54*(5), 949-965.

Biener, C., & Eling, M. (2011). The performance of microinsurance programs: A data envelopment analysis. *Journal of Risk and Insurance*, *78*(1), 83-115.

de Freitas Costa, E., Schneider, S., Carlotto, G. B., Cabalheiro, T., & de Oliveira Júnior, M. R. (2021). Zero-inflated-censored Weibull and gamma regression models to estimate wild boar population dispersal distance. *Japanese Journal of Statistics and Data Science*, 1-23.

Dixit, U. J., & Nasiri, P. N. (2008). Estimation of parameters of a right truncated exponential distribution. *Statistical Papers*, *49*, 225-236.

Groh, M., & McKenzie, D. (2016). Macroinsurance for microenterprises: A randomized experiment in post-revolution Egypt. *Journal of Development Economics*, *118*, 13-25.

Hazra, A., Bhattacharya, S., & Banik, P. (2018). A Bayesian zero-inflated exponential distribution model for the analysis of weekly rainfall of the eastern plateau region of India. *Mausam*, *69*(1), 19-28.

Johari, S. N. M., Asdi, N. A. H. M., Othman, N. S., & Anifruzaidi, S. D. Q. (2022, April). Weather Index Based Microinsurance for Agriculture Industry. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* (Vol. 1019, No. 1, p. 012045). IOP Publishing.

Lawless, J. F. (2014). Truncated distributions. Wiley StatsRef: Statistics Reference Online.

MacClave, J. T., Sincich, T., "statistics", Pearson Education, Inc., 11th Edition, 2009.

Maydeu-Olivares, A., & Garcla-Forero, C. (2010). Goodness of fit testing. *International Encyclopedia of Education*, Vol. 7, 190-196.

O'Connor, A. N., Modarres, M. and Mosleh, A. (2016). Probability distributions used in reliability engineering. The Center of Risk and Reliability, United State American.

Osifodunrin E. A., Lopes J. D., (2022); Theory and determinants of regulatory effectiveness in a formal microinsurance context: The insurers' perspectives); Journal of Governance and *Regulation, 11*

Salem, S. A., Abo-Kasem, O. E., & Agwa, R. M. (2023) Inferential Survival Analysis for Type II Censored Truncated Exponential Topp Leone Exponential Distribution with Application to Engineering Data, Information Sciences Letters, An International Journal,12(7): 3095-3120.

Wingo, D. R. (1989). The left-truncated Weibull distribution: theory and computation. Statistical papers, 30(1): 39-48.

Nanjundan, G., & Pasha, S. (2018). Characterization of zero-inflated gamma distribution. *Journal of Computer and Mathematical Sciences*, *9*(12), 1861-5.

Huang, D., Hu, H., & Li, Y. (2019). Zero-Inflated Exponential Distribution of Casualty Rate in Ship Collision. ***Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*****,** ***24*****(6), 739-744.**

Rivas, L., & Campos, F. (2021). Zero inflated Waring distribution. ***Communications in Statistics-Simulation and Computation*****, 1-16.**